

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных,
принятия решений и финансовых технологий**

П. Е. Рябов

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
38.03.01 Экономика,
профили: Финансовые рынки и банки,
Государственные и муниципальные финансы
Налоги и налогообложение,
Учет, анализ и аудит

Москва – 2018

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных,
принятия решений и финансовых технологий**

УТВЕРЖДАЮ

Ректор Финуниверситета

_____ М.А.Эскиндаров

24.04.2018 г.

П. Е. Рябов

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
38.03.01 Экономика,
профили: Финансовые рынки и банки,
Государственные и муниципальные финансы
Налоги и налогообложение,
Учет, анализ и аудит

*Рекомендовано Ученым советом
факультета прикладной математики и информационных технологий
(протокол № 04 от 17.04.2018 г.)*

*Одобрено Департаментом анализа данных,
принятия решений и финансовых технологий
(протокол № 11 от 17.04.2018 г.)*

Москва – 2018

УДК 336:51(073)

ББК 65.26в631

Р98

Рецензент: Гисин В. Б., к.ф.-м.н., профессор Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий

Р98 Рябов П.Е.

Финансовая математика. Рабочая программа дисциплины для студентов, обучающихся по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, профили: Финансовые рынки и банки (ускоренное обучение); Государственные и муниципальные финансы (ускоренное обучение); Налоги и налогообложение (ускоренное обучение); Учет, анализ и аудит (ускоренное обучение) – М.: Финуниверситет, Департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, 2018. – 26 с.

В рабочей программе дисциплины определены ее цель, место в структуре ОП, требования к результатам освоения дисциплины, содержание программы, тематика практических занятий, формы самостоятельной работы, оценочные средства для текущего контроля и промежуточной аттестации, учебно-методическое и информационное обеспечение.

Учебное издание

Рябов Павел Евгеньевич

Финансовая математика

Рабочая программа дисциплины

Компьютерный набор и верстка П. Е. Рябов
Формат 60×90/16. Гарнитура Times New Roman
Усл.п.л. 1,75. Изд. № - 2018. Тираж экз.

Заказ № _____

Отпечатано в Финансовом университете

© Рябов П.Е., 2018

© Финансовый университет, 2018

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины:	5
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с планируемыми результатами обучения по дисциплине	5
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	7
4. Объем дисциплины в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	8
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	9
5.1 Содержание дисциплины	9
5.2 Учебно – тематический план	11
5.3 Содержание семинаров, практических занятий	11
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	13
6.1 Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	13
6.2 Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю (согласно таблице 2)	14
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	16
7.1 перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы	16

7.2	типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний; ...	16
7.3	Департаменты/кафедры указывают соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.	22
8.	Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	22
9.	Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	23
10.	Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.	24
11.	Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).	25
12.	Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	25

1. Наименование дисциплины:

«Финансовая математика»

Основная цель данной дисциплины – формирование у студентов базовых теоретических знаний в области финансовой математики и способности к применению технологий обработки финансовых данных (в том числе big data) и машинного обучения к решению прикладных задач, связанных с оказанием финансовых услуг.

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы с указанием индикаторов их достижения, соотнесенных с планируемыми результатами обучения по дисциплине

Дисциплина «Финансовая математика» для направления подготовки 38.03.01 Экономика, профили: Финансовые рынки и банки (ускоренное обучение); Государственные и муниципальные финансы (ускоренное обучение); Налоги и налогообложение (ускоренное обучение); Учет, анализ и аудит (ускоренное обучение) обеспечивает формирование следующих компетенций:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (владения, умения и знания), соотнесенные с компетенциями/индикаторами достижения компетенции
ИК-5	Способность применять методики расчетов и основные методы исследований	-	<i>Знать</i> основные понятия и методики расчетов современной финансовой математики, используемых при решении прикладных задач в экономике и финансах. <i>Уметь</i> решать социально-экономические задачи современными методами финансовой математики.

			<i>Владеть</i> навыками эконометрического финансового моделирования социально-экономических явлений и процессов.
ПКН-3	Способность применять математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач, интерпретировать полученные математические результаты	-	<p><i>Знать</i> математические методы для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач.</p> <p><i>Уметь</i> использовать знания в области информационных технологий для построения математических моделей для решения прикладных задач.</p> <p><i>Владеть</i> навыками использования программы Microsoft Excel для решения стандартных профессиональных финансово-экономических задач.</p>
ПКН-6	Способность предлагать решения профессиональных задач в меняющихся финансово-экономических условиях	-	<p><i>Знать</i> количественные методы анализа исходных данных, необходимых для решения профессиональных задач в меняющихся финансово-экономических условиях.</p> <p><i>Уметь</i> применять вычислительные методы анализа данных, необходимые для решения профессиональных задач в меняющихся финансово-экономических условиях.</p> <p><i>Владеть</i> количественными и вычислительными методами моделирования и прогнозирования финансовых данных с использо-</p>

			ванием Bloomberg Terminal, Thomson Reuters Eikon, Wolfram Mathematica, R.
--	--	--	---

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Финансовая математика» является дисциплиной Модуля математики и информатики (информационного модуля) направления подготовки 38.03.01 Экономика, профили: Финансовые рынки и банки (ускоренное обучение); Государственные и муниципальные финансы (ускоренное обучение); Налоги и налогообложение (ускоренное обучение); Учет, анализ и аудит (ускоренное обучение).

В процессе изучения дисциплины происходит знакомство с основными понятиями, методологиями, моделями, методами, методиками и технологиями современной финансовой математики, знания о которых будут положены в основу формирования профессиональных компетенций выпускника направления подготовки Экономика. При этом студенты приобретают опыт практического использования изучаемых технологий в практических задачах, связанных с финансовыми технологиями.

Дисциплина «Финансовая математика» закладывает фундамент для оценки финансовых потоков в условиях неопределённости, для принятия решений по формированию портфеля финансовых инструментов и по управлению таким портфелем, даёт начальные сведения о риске финансовых инструментов и прогнозировании финансовых рядов. Тем самым, дисциплина «Финансовая математика» является базовым теоретическим и практическим основанием для последующих математических и финансовых дисциплин программы подготовки бакалавров по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, профили: Финансовые рынки и банки (ускоренное обучение); Государственные и

муниципальные финансы (ускоренное обучение); Налоги и налогообложение (ускоренное обучение); Учет, анализ и аудит (ускоренное обучение).

4. Объем дисциплины в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зачётные единицы.
Виды промежуточной аттестации – экзамен (3 семестр).

Для направления подготовки 38.03.01 Экономика, профили: Финансовые рынки и банки (ускоренное обучение), Государственные и муниципальные финансы (ускоренное обучение), Налоги и налогообложение (ускоренное обучение), Учет, анализ и аудит (ускоренное обучение) информация представлена в следующей табличной форме:

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	3-й семестр (в часах)
Общая трудоёмкость дисциплины	4 з.е. 144	144
Контактная работа - Аудиторные занятия	54	54
<i>Лекции</i>	18	18
<i>Практические и семинарские занятия,</i>	36	36
Самостоятельная работа	90	90
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1 Содержание дисциплины

Раздел 1. Основы классической финансовой математики

1.1. Простые и сложные проценты. Типы процентных ставок. Эффективная процентная ставка. Учетная ставка. Процентные ставки в условиях инфляции.

1.2. Денежные потоки. Приведенная стоимость потока. Ренты. Объединение и замена потоков платежей.

1.3. Инвестиционные проекты. Числовые показатели эффективности инвестиционных проектов.

Раздел 2. Облигации

2.1. Математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. Кривая доходности.

2.2. Дюрация потока платежей. Дюрация облигации. Дюрация портфеля облигаций. Выпуклость облигации. Хеджирование риска изменения процентной ставки. Теорема об иммунизации. Управление портфелем облигаций.

Раздел 3. Портфельный анализ

3.1. Основные понятия. Доходность и риск. Постановка задачи построения оптимального портфеля. Множество допустимых портфелей. Эффективная граница. Портфель из двух ценных бумаг.

3.2. Модель Марковица. Оптимальный портфель при наличии безрисковой ценной бумаги. Касательный портфель. Теорема о разделении.

3.3. Факторные модели. Однофакторная модель доходности. Рыночная модель и диверсификация. Модель оценки финансовых активов (CAPM).

Раздел 4. Производные финансовые инструменты

4.1. Понятие арбитража. Теорема об арбитраже на рынке с дискретным временем. Нейтральные к риску вероятности.

4.2. Биномиальная модель ценообразования. Однопериодная модель. Многопериодная модель. Оценка опционов в рамках биномиальной модели. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна.

4.3. Предельный переход в модели Кокса-Росса-Рубинштейна. Формула Блэка-Шоулза. Коэффициенты хеджирования («греки») в модели Блэка-Шоулза.

5.2 Учебно – тематический план

Таблица 2

№ п/ п	Наимено- вание разделов- дисципли- ны	Трудоемкость в часах						Формы текущего контроля успевае- мости
		Все го	Аудиторная работа				Самостоя- тельная ра- бота	
			Об- щая, в т.ч.:	Лек- ции	Семина- ры, прак- тические занятия	Занятия в интерак- тивных формах		
1.	Основы классиче- ской фи- нансовой математи- ки	30	10	2	8	8	20	Самосто- ятельные работы. Участие в решении задач на практиче- ских за- нятиях. Собесе- дования по до- машним заданиям.
2.	Облигации	30	10	4	6	6	20	
3.	Портфель- ный ана- лиз	40	16	6	10	10	24	
4.	Производ- ные фи- нансовые инстру- менты	44	18	6	12	12	26	
	Итого	144	54	18	36	36	90	Кон- трольная работа
	Итого %					67%		

5.3

5.4 Содержание семинаров, практических занятий

Таблица 3

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинар- ских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения за- нятий
Раздел 1. Основы класси- ческой финансо- вой математики	Тема 1.1. Простые и сложные проценты: типы про- центных ставок, эффективная процентная ставка, учетная ставка, процентные ставки в условиях ин- фляции. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [4], [5]. Тема 1.2. Денежные потоки: Приведенная стоимость потока, аксиоматический подход к оценке стоимо- сти потоков платежей, регулярные потоки платежей, ренды, объединение и замена потоков платежей. Ре- комендуемые источники: п.8, [1], [2], [4], [5].	Интерактив – Практикум по решению задач по те- матике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсужде- ние решений – до 50% от трудоемкости практиче- ского занятия

	Тема 1.3. Инвестиционные проекты: числовые показатели эффективности инвестиционных проектов. Чистый приведенный доход. Внутренняя норма доходности. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [4], [5].	
Раздел 2. Облигации	Тема 2.1. Облигации: математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. Кривая доходности. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [7]. Тема 2.2. Хеджирование риска изменения процентной ставки: дюрация потока платежей, дюрация облигации, дюрация портфеля облигаций, выпуклость облигации, теорема об иммунизации, управление портфелем облигаций. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [7].	Интерактив – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений – до 50% от трудоемкости практического занятия.
Раздел 3. Портфельный анализ	Тема 3.1. Оптимальный портфель рискованных активов: доходность и риск, портфель из двух ценных бумаг, множество допустимых портфелей, построение оптимального портфеля. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [3], [6]. Тема 3.2. Модель Марковица: построение оптимального портфеля при наличии безрисковой ценной бумаги. Нахождение касательного портфеля. Принятие решений в зависимости от отношения к риску. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [3], [6]. Тема 3.3. Факторные модели: вычисление коэффициентов альфа и бета портфеля. Использование коэффициента Шарпа для принятия решений об изменении состава портфеля. Многофакторные модели. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [3], [6].	Интерактив – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений – до 50% от трудоемкости практического занятия.
Раздел 4. Производные финансовые инструменты	Тема 4.1. Понятие арбитража. Теорема об арбитраже на рынке с дискретным временем. Нейтральные к риску вероятности. Рекомендуемые источники: п.8, [2], [3] Тема 4.2. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна: биномиальная модель ценообразования, многопериодная модель, оценка опционов в рамках биномиальной модели, вычисление безарбитражной цены опционов на активы с дивидендной доходностью, валютных опционов и фьючерсных опционов, в т. ч. американских опционов. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [3] Тема 4.3. Модель Блэка-Шоулза: предельный переход в модели Кокса-Росса-Рубинштейна, формула Блэка-Шоулза, коэффициенты хеджирования («греки») в модели Блэка-Шоулза. Рекомендуемые источники: п.8, [1], [2], [3]	Интерактив – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений – до 50% от трудоемкости практического занятия.

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1 Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

При изучении дисциплины «Финансовая математика» обязательными являются следующие формы самостоятельной работы:

- разбор теоретического материала по пособиям и конспектам лекций;
- самостоятельное изучение указанных теоретических вопросов;
- решение задач по темам практических занятий;
- выполнение контрольной работы;
- подготовка к экзамену.

Таблица 4.

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Основы классической финансовой математики	Схемы погашения кредита Инфляция и ее влияние на показатели эффективности инвестиционных проектов Источники: ресурсы сети «Интернет»	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Облигации	Методы определения временной структуры процентных ставок Источники: ресурсы сети «Интернет»	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий.

Портфельный анализ	Методы построения оптимальных портфелей Источники: ресурсы сети «Интернет»	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Работа с источниками и поиск информации в Интернете. Выполнение домашних заданий.
Производные финансовые инструменты	Непрерывные случайные процессы Интеграл Ито Стохастические дифференциальные уравнения Численные методы для вычисления цены производных инструментов Источники: п.8, [1], [3], ресурсы сети «Интернет»	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий.

6.2 Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю (согласно таблице 2)

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и контроля самостоятельной работы студентов, по результатам выполнения контрольной работы.

Основными формами текущего контроля знаний являются:

- обсуждение вопросов и задач, предусмотренных в планах практических занятий;
- решение задач и их обсуждение;
- выполнение контрольных заданий и обсуждение результатов;
- контрольная работа по разделам 1, 2;
- практическая работа по разделу 3.

Промежуточная аттестация проводится в форме контрольной работы (3 семестр).

Тематика задач контрольной работы

- Процентные вычисления.
- Вычисление числовых характеристик денежных потоков.

- Рентные вычисления.
- Числовые характеристики облигаций.
- Хеджирование рисков изменения процентной ставки.

Практическая работа

1. С помощью информационной интернет-площадки Финам, Bloomberg или других ресурсов получить таблицу значений цен закрытия за 30 дней о трех компаниях, входящих в индекс голубых фишек индекса РТС.
2. Вычислить ожидаемую доходность и волатильность выбранных активов.
3. Получить значения индекса РТС за тот же период и использовать полученные сведения при расчете рыночного портфеля.
4. Построить эффективную границу.
5. Построить эффективную границу при условии запрета коротких продаж.
6. Рассчитать коэффициенты альфа и бета (в качестве безрисковой ставки взять ставку по инструментам фиксированной доходности).
7. Написать уравнения: линия рынка капитала CML, SML.

Примерный вариант контрольной работы

1. Номинальная годовая ставка составляет 20.0 %. Найти эффективную годовую ставку в процентах при начислении процентов раз в месяц.
2. Сравнить по критерию чистого дисконтированного дохода инвестиционные проекты, заданные следующими потоками платежей:

$$A = \{(0, -1000), (1, 300), (2, 200), (3, 100), (4, 100), (5, 800)\};$$

$$B = \{(0, -1000), (1, 800), (2, 100), (3, 100), (4, 200), (5, 300)\}.$$

Ставка дисконтирования 10%.

3. Заем величины 14000.0 взят на 10 лет под 9.0 % годовых. Погашаться будет ежегодными равными выплатами. Найти размер выплат.
4. Найти текущую стоимость облигации номинальной стоимостью 2000.0 руб., сроком погашения 11 лет, годовой купонной ставкой 14% при процентной ставке 20% годовых.

5. Облигация продается по номинальной стоимости со сроком погашения 13 лет и купонной ставкой 6.0 % (с ежегодной выплатой). Найти ее дюрацию. Пусть доходность облигации увеличилась до 8.0 %. Описать изменение дюрации. Ответ обосновать.

6. Менеджеру нужно выплатить через 7 лет сумму 1 млн. руб. У него есть возможность инвестировать средства в бескупонные облигации двух видов: а) номинальной стоимостью 5,7914 тыс. руб. и сроком погашения 4 года; б) номинальной стоимостью 21,719 тыс. руб. и сроком погашения 16 лет. Определить, сколько облигаций каждого вида следует приобрести, чтобы защитить средства от возможного изменения процентной ставки, которая в данный момент равна 9%.

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

7.1 перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы

См. раздел 2 «Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения»;

7.2 типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний;

- ***Теоретические вопросы для подготовки к промежуточной аттестации (экзамен)***

1. Денежные потоки и их числовые характеристики.
2. Основные параметры облигации. Связь рыночной цены и доходности.
3. Дюрация потока платежей и ее свойства.

4. Иммунизация портфеля облигаций.
5. Основные понятия портфельного анализа. Оптимальный портфель.
6. Оптимальный портфель при наличии безрисковой компоненты.
7. Линия рынка капитала. Рыночный портфель.
8. Однофакторная модель доходности. Коэффициенты α и β .
9. Модель CAPM.
10. Производные инструменты. Платежные функции производных инструментов европейского типа.
11. Сильный арбитраж. Теорема безарбитражности (без доказательства).
12. Риск-нейтральная вероятность.
13. Биномиальная модель. Условие безарбитражности биномиальной модели.
14. Риск-нейтральная вероятность биномиальной модели.
15. Многопериодная биномиальная модель.
16. Безарбитражная цена производного инструмента в биномиальной модели.
17. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна.
18. Модель Блэка-Шоулза. Мартингальная вероятность в модели Блэка-Шоулза.
19. Уравнение Блэка-Шоулза.
20. Формула Блэка-Шоулза.
21. Чувствительность цены опциона европейского типа к изменению параметров модели Блэка-Шоулза.
22. Дельта хеджирование.
23. Хеджирующий портфель в модели Блэка-Шоулза.

• Примеры задач практической части

1. Годовая процентная ставка составляет 12%. Проценты начисляются 6 раз в год. Найти эффективную процентную ставку. Также найти эффективную процентную ставку в случае непрерывного начисления процентов.

2. Темп инфляции за период в $N=6$ месяцев равен 3%. Найти среднемесячный и годовой темп инфляции.

3. Ставка дисконтирования равна 8%. Рассматривается денежный поток $CF = \{(0, -100); (1, 140); (2, 65)\}$. а) Найти чистую приведенную стоимость (NPV) данного денежного потока б) Найти внутреннюю норму доходности (IRR) данного потока в) Оценить эффективность проекта.

4. Инвестор обладает двумя активами А и В с доходностями $r_A = 0.15$ и $r_B = 0.4$ и рисками $\sigma_A = 0.04$, $\sigma_B = 0.08$. Коэффициент корреляции активов равен 0.8. Функция полезности инвестора $U(r) = r - 10\sigma^2$. а) Найти портфель с заданной доходностью 0.15, не принимая во внимание полезность. б) Найти портфель, максимизирующий полезность. в) Найти портфель минимального риска.

5. Имеется два актива с характеристиками $r_A = 0.11$, $\sigma_A = 0.05$ и $r_B = 0.3$, $\sigma_B = 0.4$, коэффициент корреляции между которыми $\rho = -0.1$. На рынке имеется также безрисковый актив с доходностью $r_f = 0.03$. а) Найти касательный портфель. б) Найти портфель минимального риска при фиксированной доходности 0.18.

6. Акции компании имеют бета-коэффициент 1. Безрисковая ставка равна $r_f = 3\%$, а доходность рыночного портфеля $r_M = 16\%$. Найти: а) ожидаемую доходность акции данной компании. б) Риск-премию рыночного портфеля. в) Обосновать решение, которое целесообразно принять, если наблюдаемая доходность данной акции равна 20%.

7. Рассматривается двухфакторная модель некоторого актива: $R = 0.13 + 1.1F_1 + 0.7F_2 + \varepsilon$. Дисперсия фактора 1 равна 0.04, дисперсия фактора 2 есть 0.04, дисперсия несистематической компоненты 0.09. Безрисковая ставка равна 7%. а) Найти ожидаемую доходность акции. б) Найти среднее значение фактора F_1 . в) Найти среднее значение несистематической компоненты. г) Найти с. к. о. доходности данного актива.

8. Инвестор создает спред типа бабочка. Он покупает два пут опциона с различными ценами исполнения $E_1 = \$54$ и $E_3 = \$65$ (по одной штуке) за \$9 и \$3 соответственно. Он также продает два пут опциона с ценой исполнения $E_2 = \$59$ за \$6. Нарисовать график прибыли от указанной комбинации (в зависимости от конечной цены). Найти максимально возможную прибыль. Обосновать решение.

9. Внимание инвестора привлекает акция, продающаяся сейчас по \$50. Европейский колл-опцион на данную акцию продается за \$2. Цена исполнения опциона равна $K = \$49$. Опцион выписан на $T = 0.2$ лет. Безрисковая ставка равна $r = 40\%$. а) Найти нижнюю границы цены данного опциона. Если есть арбитражная возможность, описать арбитражную стратегию.

10. Акция продается сейчас за \$20. Через 0.4 года) цена акции может принять два значения, \$23 или \$19. Цена исполнения соответствующего колл-опциона равна \$21. Безрисковая ставка равна 9%. а) Вычислить риск-нейтральную вероятность для движения цены актива вверх. б) Найти число акций в безрисковом портфеле, состоящем из купленных акций и одного опциона. в) Найти цену данного опциона на текущий момент времени.

11. Цена исполнения полугодового американского опциона на продажу евро равна 62 руб. Вычислить стоимость опциона, используя трехпериодное биномиальное дерево и четырехпериодное биномиальное дерево. Данные для расчета: текущий курс евро — 60 руб., безрисковая процентная ставка в зоне евро — 2%; безрисковая рублевая процентная ставка — 10% годовых; волатильность евро — 20% в год.

12. Найти стоимость годового американского опциона на покупку британского фунта за доллары по цене 1,6 доллара за фунт. Параметры: текущий валютный курс 1,61; волатильность курса 12%; цена исполнения 300; безрисковая ставка по доллару 8%; безрисковая ставка по фунту 9%; волатильность индекса 30%.

13. Используя формулу Блэка – Шоулза, рассчитать стоимость фьючерсных опционов колл и пут. Параметры: Основной актив — годовая волатильность 30%; текущая цена 100; опционы — срок исполнения через 3 месяца, цена исполнения 105; годовая безрисковая ставка 12%.

14. На рынке облигаций доходности на ближайшие один, два и три года одинаковы и равны 9 %. Волатильность процентной ставки равна 10 %. Построить двухпериодную биномиальную модель процентной ставки.

15. а) Построить четырехпериодную биномиальную модель эволюции процентной ставки (один период — полгода), если рыночные стоимости бескупонных облигаций представлены следующей таблицей:

Срок до погашения (в гг.)	0,5	1	1,5	2
Стоимость облигации с номиналом 100	96	94	92	90

Годовая волатильность процентной ставки составляет 10%.

б) Рассчитать стоимость опциона покупателя с ценой исполнения 92 и сроком исполнения 1,5 года. в) Рассчитать стоимость аналогичного опциона продавца.

• Образцы экзаменационных билетов

Билет 1

1. Линия рынка капитала. Рыночный портфель.
2. Найти текущую стоимость четырехлетней купонной облигации номиналом 400 ден. ед. и купонной ставкой 5%. Ставка дисконтирования равна 7%, купонный платеж выплачивается 4 раза в год. Найти ее приближенное значение доходности к погашению, если рыночная цена облигации составляет 383 ден. ед. Оценить изменение доходности к погашению при увеличении рыночной цены акции.

3. Текущая цена фьючерсного контракта на поставку актива равна 90. Используя четырехпериодную биномиальную модель, найти стоимость американского фьючерсного опциона пут с ценой исполнения 91 и датой истечения срока через 6 месяцев. Годовая волатильность базового актива составляет 40%, безрисковая ставка при непрерывном начислении процентов равна 12%.

4. Текущая цена акции равна 80. Используя модель Блэка-Шоулза, вычислить стоимость европейских опционов "пут" и "колл" с ценой исполнения 78 и сроком истечения через 3 месяца, если годовая волатильность акции равна 50 %, а годовая безрисковая ставка при непрерывном начислении процентов составляет 10 %.

5. Оценить нижнюю границу стоимости четырехмесячного опциона покупателя на акцию, по которой не выплачиваются дивиденды, если цена акции 112, цена исполнения опциона — 100, безрисковая ставка — 8% годовых при непрерывном начислении процентов. Ответ обосновать. Описать и обосновать арбитражную стратегию, если опцион торгуется по цене ниже 10.

Билет 2

1. Инвестиционные стратегии. Самофинансируемые портфели. Определение цены платежного обязательства.

2. Рассматривается инвестиционный проект, характеризуемый следующим денежным потоком (по годам): $CF = \{(0, -100); (1, 140); (2, 65)\}$. Ставка дисконтирования равна 8%. а) Найти чистую дисконтированную стоимость проекта. б) Найти внутреннюю норму доходности проекта. в) Оценить эффективность проекта и устойчивость оценки к изменению ставки дисконтирования.

3. Текущая цена акции равна S . Используя четырехпериодную биномиальную модель Кокса-Росса-Рубинштейна, оценить стоимость амери-

канского опциона "пут" с ценой исполнения K и сроком истечения через 8 месяцев, если годовая волатильность акции равна 40 %, а годовая безрисковая ставка при непрерывном начислении процентов составляет 10 %.

4. Используя модель Блэка-Шоулза, найти цену 9-месячного опциона пут на индекс, если годовая дивидендная доходность индекса составляет 5%, текущее значение индекса равно 1500 у.е., цена исполнения опциона 1500 у.е. Волатильность индекса 20%, годовая безрисковая ставка 10 % .

5. Имеется два актива с характеристиками $r_A = 0.09$, $\sigma_A = 0.09$ и $r_A = 0.4$, $\sigma_A = 0.4$, коэффициент корреляции между которыми $\rho = -0.6$. На рынке имеется также безрисковый актив с доходностью $r_f = 0.03$. а) Найти касательный портфель. б) Найти портфель максимальной полезности, используя функцию полезности $U(r) = r - 10\sigma^2$.

7.3 Соответствующие приказы, распоряжения ректората о контроле уровня освоения дисциплин и сформированности компетенций студентов.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

• а) основная:

1. Соловьев В. И. Финансовая математика: учебное пособие / В. И. Соловьев. — Москва: КНОРУС, 2016. — 176 с. — То же [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://www.book.ru/book/919835>

2. Гисин В.Б. Математические основы финансовой экономики [Электронный ресурс]: учебное пособие / В. Б. Гисин, А. С. Диденко, Б. А. Путко. — Москва: Финансовый университет. — 2017. — 180 с. — Режим до-

ступа: https://portal.fa.ru/Files/Data/3b25572d-6968-44f8-95c0-1423ae1981af/Uchpos_Mathmethodfinan_17.pdf

3. Математические методы в экономике и финансах : учебник / под ред. В.М. Гончаренко, В.Ю. Попова и др. — Москва : КноРус, 2016. — 601 с. — То же [Электронный ресурс].— Режим работы: <https://www.book.ru/book/920473>

• **б) дополнительная:**

4. Бабайцев В.А. Математические методы финансового анализа: учебное пособие / В.А. Бабайцев, В.Б. Гисин. — Москва: Финансовый университет, 2011. — 200 с.
5. Касимов Ю. Ф. Основы финансовых вычислений. Основные схемы расчета финансовых сделок: учебник / Ю.Ф. Касимов, Аль-М.С. Натор, А.Н. Колесников. — Москва: КноРус, 2017. — 328 с. —Режим доступа: <https://www.book.ru/book/921653>
6. Касимов Ю. Ф. Основы финансовых вычислений. Портфели активов, оптимизация и хеджирование: учебник / Ю.Ф. Касимов, Аль-М.С. Натор, А.Н. Колесников. — Москва: КноРус, 2017. — 322 с. — Режим доступа: <https://www.book.ru/book/921739>

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети

«Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации <http://portal.ufrf.ru/>
2. Сайт департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий.

3.Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ)
<http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)

4.Ширяев А.Н. Основы стохастической финансовой математики. Том 1. Факты. Модели. — Москва: МЦНМО, 2016. — 440 с. — <http://t-library.ru/showBook.php?id=2294>

5.Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

6.Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
<https://e.lanbook.com/>

7.Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека
ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>

8.Электронно-библиотечная система Znanium
<http://www.znaniy.com>

9.Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации <http://portal.ufrf.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (комплекс рекомендаций и разъяснений, позволяющий студенту оптимальным образом организовать процесс изучения учебного материала дисциплины) представлены в Учебно-организационном комплексе для дисциплин Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, размещенном на странице Департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий сайта Финансового университета.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).

- 7. Информационно-образовательный портал Финансового университета.
<http://portal.ufrf.ru>.
- 8. Программа *Excel*.
- 9. Среда программирования *R*.
- 10. Среда программирования *Wolfram Mathematica*

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Требуется доступ в компьютерный класс для выполнения заданий для самостоятельной работы